

## **ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СМЕСИ НОРМАЛЬНЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ МИГРАЦИОННЫХ ПОТОКОВ<sup>1</sup>**

**Дубнов Ю. А.**

*(Институт системного анализа Федерального исследовательского центра «Информатика и Управление» РАН, Москва)*

Согласно современным обзорам, приведенным в работах [1] и [3], подходы к анализу и прогнозированию миграционных потоков можно разделить на 3 группы: исторически сложившиеся сценарные модели, основанные на описании тех или иных аспектов феномена миграции, модели оптимального управления миграционными процессами и, наконец, различные статистические модели, устанавливающие взаимосвязь между исследуемыми величинами на основе анализа ретроспективных данных.

Наибольший интерес с точки зрения математического моделирования представляют последние две группы моделей. С одной стороны, модели оптимального управления являются более универсальными и нацелены на исследование качественного влияния различных факторов и механизмов управления на протекание процессов миграции, в том числе в перспективе прогнозирования. С другой стороны, именно статистические модели позволяют установить подтверждающиеся количественными данными закономерности между параметрами, влияющими на миграционные потоки.

Наиболее распространенным инструментом восстановления статистических закономерностей является метод наименьших квадратов (МНК). Однако, согласно теореме Гаусса-Маркова, метод МНК позволяет получить наиболее эффективные точечные оценки параметров лишь в случае нормально-распределенных остатков модели, что в реальных условиях оказывается редким и трудно проверяемым условием.

---

<sup>1</sup> Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-01-00551).

В настоящей работе предлагается использовать параметрическую модель смеси нормальных распределений [4] для анализа миграционных показателей. Основным преимуществом смеси распределений по сравнению с традиционным подходом является возможность анализа влияния множества скрытых факторов, соответствующих центрам компонент смеси.

Традиционным методом оценивания параметров смеси является применение алгоритма максимизации правдоподобия (EM-алгоритм), представляющего итеративную процедуру подбора параметров и максимизации функции правдоподобия. Но несмотря на свою распространенность, EM-алгоритм обладает рядом существенных недостатков, таких как сходимость к локальному экстремуму и неустойчивость по начальным данным [5]. Поэтому в данной работе приводится альтернативный подход, детально описанный в работе [2], базирующийся на байесовском оценивании и семплировании для восстановления максимума апостериорной вероятности.

### **Литература**

1. ДМИТРИЕВ М.Г., ЮДИНА Т.Н. Миграционные процессы: модели анализа и прогнозирования (обзор) // Труды Института системного анализа РАН. –Т.67. – Вып. 2. – 2017. – С.3–14.
2. ДУБНОВ Ю.А., БУЛЫЧЕВ А.В. Байесовская идентификация параметров смеси нормальных распределений // Информационные технологии и вычислительные системы, Вып.1, – 2017. – С.101–111.
3. ЛУКИНА А.А. Математическое моделирование международной трудовой миграции: диссертация канд. физ.-мат. наук по спец. 05.13.18. Санкт-Петербургский гос. ун-т. – 2016. –124 с.
4. MCLACHLAN, G., PEEL. D. *Finite Mixture Models*. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons. Inc. – 2000.
5. XU L., JORDAN M.I. *On Convergence Properties of the EM Algorithm for Gaussian Mixtures* // *Neural Computation*. – vol.8(1). – 1996. – pp.129 – 151.