

АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЙ ГЛАЗ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА НЕПАРАМЕТРИЧЕСКОГО РОБАСТНОГО СГЛАЖИВАНИЯ

Дубровский В. Е., Гарусев А. В., Лунякова Е. Г.
(Факультет психологии МГУ имени М.В. Ломоносова)

Обычно записи движения глаз являются сильно зашумленным сигналом [5], причем шум имеет характер импульсных помех. Линейные методы для сглаживания таких сигналов плохо применимы, и обычно используются различные виды медианного сглаживания.

Сглаживание экспериментальных данных с формальной точки зрения представляет собой решение задачи восстановления гладкой функции $f(x)$ и ее производных по наблюдениям вида

$$y_i = f(x_i) + \varepsilon_i \quad i = 1, \dots, n$$

Сглаженные значения являются решением задачи минимизации [1]-[3]:

$$f_n(x) = \arg \min \sum_i F(y_i - t) K\left(\frac{x_i - x}{h}\right)$$

где $F(u)$ – выпуклая функция действительного переменного, имеющая производную $\psi(u) = F'(u)$, K – весовая функция, h – ширина окна.

Для получения оценки $f_n(x)$ в каждой точке нужно решить нелинейное уравнение

$$\sum_i \psi(y_i - f_n(x)) K\left(\frac{x_i - x}{h}\right) = 0$$

При $F(u) = \frac{1}{2}u^2$ и, соответственно, $\psi(u) = u$, оценка является линейной (оценка Надарая-Ватсона) и легко вычисляется. В общем случае приходится использовать численные методы. При $F(u) = |u|$ и $\psi(u) = \text{sign}(u)$ оценка является скользящей взвешенной медианой. Алгоритм, вычисляющий эту оценку, приводится в [3].

Функция Хубера

$$F(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2, & |x| \leq C \\ C|x| - \frac{1}{2}C^2, & |x| > C \end{cases}$$

занимает промежуточное положение: при малых значениях константы Хубера C оценка стремится к скользящей медиане, а при больших значениях превращается в линейную оценку Надарая – Ватсона.

Обычно для вычисления оценки Хубера предлагается использовать итерационный алгоритм, что сильно замедляет вычисления для длинных временных рядов. Однако, А.Б. Цыбаковым и В.Е. Дубровским в 1990 г. был предложен быстрый алгоритм вычисления оценок Хубера за конечное число шагов [4]. Была разработана программа на языке Pascal, включенная в одну из первых версий статистического пакета XploRe, созданного под руководством В. Хардле [1]

Нами создана программа, реализующая описанный метод сглаживания в среде MATLAB/OCTAVE. Данный метод показал свою высокую эффективность при анализе записей движения глаз.

Литература

1. Хардле В. Прикладная непараметрическая регрессия. – М.: Мир, 1993
2. Цыбаков А. Б. Непараметрическое оценивание сигнала при неполной информации о распределении шума //Проблемы передачи информации. – 1982. – Т. 18. – №. 2. – С. 44-60.
3. Цыбаков А. Б. Робастные оценки значений функции //Проблемы передачи информации. – 1982. – Т. 18. – №. 3. – С. 39-52.
4. Цыбаков А. Б., Дубровский В. Е. “Алгоритм непараметрического робастного сглаживания, разработанный для программного пакета XPLORE” 1990, неопубликованный отчет.
5. Duchowski A. T. Eye tracking methodology //Theory and practice. – 2017