

МОДЕЛЬ ВЗАИМОСВЯЗАННЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ ПРОЦЕССОВ, СВОЙСТВА И ИСПОЛЬЗОВАНИЕ

Ю.А. Полунин

(Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова
РАН, Москва)

В социальных и экономических системах часты ситуации, когда в рамках одной ограниченной ресурсами ниши взаимодействуют несколько процессов. В докладе рассматриваются взаимосвязанные нелинейные процессы, развивающиеся при одинаковом влиянии ограничений, приращения которых пропорциональны достигнутому уровню с поправкой на влияние ограничений.

Рассматривается, как можно смоделировать динамику таких процессов на наиболее простом примере, когда взаимодействуют два процесса. Взаимодействие большего числа процессов не меняет качественно картину, ни подходы к ее анализу. Динамику двух взаимодействующих процессов можно представить в виде системы нелинейных отображений, описывающих значения процессов X_{n+1} и Y_{n+1} :

$$(1) \quad \begin{cases} X_{n+1} = X_n + X_n A(K - X_n - Y_n) \\ Y_{n+1} = Y_n + Y_n B(K - X_n - Y_n) \end{cases},$$

где n – дискретное время, выраженное в шагах отображения, A и B – интенсивности соответствующих процессов, K – ограничение процессов.

В частном случае один из процессов может быть управляющим.

Предлагаемую модель можно использовать для анализа эмпирических данных двумя способами. Первый способ заключается в получении оценок параметров модели методом «скользящего окна», используя во временном окне по три значения каждого из процессов и анализируя последовательности оценок параметров. Например, для отдельного окна оценка интенсивности процесса \tilde{A}_1 (индекс «1» для оценок говорит о том, что оценки получены с

использованием трех значений первого процесса и двух значений второго, то есть базовой оценкой является \tilde{A}_1):

$$(2) \quad \tilde{A}_1 = \frac{X_1^2 - X_0 X_2}{X_0 X_1 (X_1 - X_0 + Y_1 - Y_0)},$$

а оценки значения ограничения K и интенсивности второго процесса B связаны с A соотношениями:

$$(3) \quad \tilde{K}_1 = \frac{X_1 - X_0}{X_0 \tilde{A}_1} + X_0 + Y_0, \quad \tilde{B}_1 = \tilde{A}_1 \frac{X_0 (Y_1 - Y_0)}{Y_0 (X_1 - X_0)}.$$

Можно определить значение этих же параметров, используя два значения X и три значения Y , что соответствует базовой оценке \tilde{B}_2 . На основании этой базовой оценки можно аналогично рассчитать оценки \tilde{K}_2 и \tilde{A}_2 . Если процессы являются строго взаимосвязанными, то оценки должны попарно совпасть. В случае несовпадения оценок можно оценить с какой точностью можно рассматривать процессы как взаимосвязанные.

Данный подход к анализу эмпирических данных демонстрируется на примере анализа динамики выручки российских компаний крупного и среднего бизнеса.

Второй способ заключается в использовании всех имеющихся данных (если временная последовательность содержит много значений, а не три) для получения статистических оценок параметров «в среднем за анализируемый временной интервал».

Переход к описанию и анализу процессов в категориях средних значений параметров можно провести, преобразовав исходные отображения в отображения для темпов прироста значений процессов. На базе преобразованных отображений можно получить линейные регрессионные модели темпов прироста процессов с использованием средних значений параметров за рассматриваемой временной интервал. В таком подходе гипотезу о взаимодействии рассматриваемых процессов можно проверить, сравнивая отношения коэффициентов регрессионных моделей.