

## МОДЕЛЬ ЭНДОГЕННОГО РОСТА КАПИТАЛОВО- ОРУЖЕННОСТИ ФИРМ

**Леонидов А.В.**

*(Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН, Москва,  
Университет Дмитрия Пожарского, Москва,  
Московский физико-технический институт, Москва)*

**Серебрянникова Е.Е.**

*(Московский физико-технический институт, Москва,  
Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН, Москва)*

Исследование эндогенного экономического роста – одна из областей экономической теории, в которой находят применение методы теоретической физики. А именно, с помощью уравнений математической физики описывается эволюция распределения фирм по уровням эффективности. В работе [1] предложена к дальнейшему исследованию модель центрального планирования с двумя показателями эффективности фирмы: уровнем капиталовооруженности и общей факторной производительностью (ОФП). Задача такого рода с одним показателем эффективности - ОФП - была рассмотрена ранее в работе [2]. В данной работе рассматривается также задача с одним показателем эффективности, но, в отличие от [2], этот показатель – капиталовооруженность фирмы. Пусть  $f_n, n \in N$  - доля фирм на уровне капиталовооруженности  $n$ , а  $F_n, n \in N$  - доля фирм с капиталовооруженностью не менее  $n$ . Модель формализуется в виде задачи оптимального управления:

$$(1) \quad W(t) = \int_t^T e^{-\rho(\tau-t)} U(c(\tau)) d\tau \longrightarrow \max_{s_n(\cdot), n \in N},$$

$$(2) \quad c(\tau) = \sum_{n=1}^{\infty} g_n f_n - \frac{dk}{d\tau},$$

$$(3) \quad \frac{df_n}{d\tau} = -\varphi(F_n, s_n) f_n + \varphi(F_{n-1}, s_{n-1}) f_{n-1}, n \in N$$

$$(4) \quad f_n(0) = \text{fix}, n \in N$$

Задача центрального планировщика – максимизация общественного благосостояния  $W(t)$  (1).  $c(\tau)$  – объем потребления репрезентативного потребителя,  $U(c(\tau))$  – мгновенная функция полезности,  $\rho$  – норма дисконтирования. Ограничениями в задаче максимизации – уравнение материального баланса (2) и уравнение (3), описывающее эволюцию распределения. В этих соотношениях  $g_n$  – выпуск фирмы на уровне капиталовооруженности  $n$ ,  $\frac{dk}{d\tau}$  – объем инвестиций в изменение капитала,  $s_n$  – управление, определяющее объем затрат на переход с уровня  $n$  на уровень  $n+1$ .

В работе рассмотрен случай убывающей отдачи от масштаба, заключающийся в том, что величина прироста выпуска фирмы при переходе с уровня  $n$  на уровень  $n+1$  ( $\Delta_n = g_{n+1} - g_n$ ) убывает с ростом  $n$ . Показано, что при достаточно слабых ограничениях на вид функции  $\varphi(F_n, s_n)$  может существовать нетривиальное решение лишь одного типа, характеризующееся тем, что инвестиции осуществляются только в наиболее отстающие фирмы, что приводит к росту их капиталовооруженности. Эффективность фирм, находящихся в «правом хвосте» распределения при этом не меняется. В работе отмечается, что инвестиции в рост выгодно осуществлять только если величина  $\Delta_n$  достаточно велика. Результаты проиллюстрированы численным решением для конкретного вида производственной функции  $g_n$ .

### **Литература**

1. ПОЛТЕРОВИЧ В. М. (2017). *Теория эндогенного экономического роста и уравнения математической физики* // журнал новой экономической ассоциации. - 2017. - № 2(34). - С.193–201.
2. LUCAS R. E., MOLL B. *Knowledge Growth and the Allocation of Time* // Journal of Political Economy. – 2014. - V. 122, N 1. - P. 1–51.