ПОСТРОЕНИЕ M-СИЛЬНО-ДИНАМИЧЕСКИ УСТОЙЧИВЫХ ПОДЪЯДЕР В МНОГОШАГОВЫХ КООПЕРАТИВНЫХ ИГРАХ

Ли Инь
(*Санкт-Петербургский государственный университет*, *Санкт-Петербург*)

В работе исследуются кооперативные многошаговые игры с остовным деревом. Первая публикация о играх с остовным деревом была в 1976[1]. Динамическая устойчивость решения игры была определена и исследована в работе [2]. В работе [3] показано, что можно ввести новый вид характеристической функции таким образом, что построенные на его основе классические принципы оптимальности оказываются сильно-динамически устойчивыми.

В предлагаемой работе построенное на каждом шаге минимальное остовное дерево зависит от предыдущих стратегий игроков. Ценности рёбер уменьшаются на последующих шагах кроме рёбер остовного дерева. Ценность последних возрастает.

Строится новая характеристическая функция $\hat{V}$ [4].

Она определяется по формуле $\hat{V}$:

$$\hat{V}^3(S) = \left[\max_{k=1,\dots,l} \frac{V^k(S)}{V^k(N)} \right] V^1(N).$$

Здесь $V^k(S)$ значение характеристической функции в подыгре начинающейся с шага k. Показано, что С-ядро $\widehat{M}(z_o)$ построенное на основе этой характеристической функции является $\overline{M}$ - сильно-динамически устойчивым.

На основе функции $\hat{V}$ строится аналог множества дележей и классического ядра $\hat{C}$. Для получения M-сильно-динамической устойчивости вводим ПРД (процедура распределения дележа $\beta = \{\beta_i^k\}$, $i \in N$, k=0,…, l.

Предположим, что $\xi = \{\xi_1, \dots, \xi_i, \dots, \xi_n\} \in \hat{M}(z_0)$. Всякая матрица $\beta = \{\beta_i^k\}$, $i \in N$,, k=0,…, l. такая, что $\xi_i = \sum_{k=0}^{l} \beta_i^k$ называется процедурой распределения дележа ξ (ПРД) (Petrosyan~L. Danilov~N. 1979).

Пусть $S = I\left(z_0\right)$ некоторое фиксированное множество дележей, тогда ядро $\hat{M}(z_0)$ называется S – сильно динамически устойчивым, если для любого дележа $\xi \in \hat{M}(z_0)$ существует такое ПРД $\beta = \beta_1^0, ..., \beta_i^k, ..., \beta_n^l$, что

$$\sum_{k=0}^{m} \beta^k \oplus \hat{M}\left(z_{m+1}\right) \subset S,$$

здесь символ $\oplus$ означает следующее, пусть $a \in R^n$, $B \subset R^n$, тогда $a \oplus = a+b$, $b \in B$.

Определим функцию

(1) $$\bar{V}\left(S\right) = \sum\nolimits_{k=0}^{l} \frac{V^k\left(S\right)}{V^k\left(N\right)} C\left(T^k\right), S \subset N,$$

где $C(T^k)$ суммарный выигрыш игроков при кооперации в игре с остовным деревом на шаге k. Приведём далее определение M – сильно-динамической устойчивости. Для этого в качестве множества S возьмём множество $\bar{M}\left(z_o\right)$ – ядро построенное на основе характеристической функции $\bar{V}\left(S\right)$. $\bar{V}\left(S\right)$ определяется по формуле (1).

Теорема Ядро $\widehat{M}\left(z_o\right)$ принадлежит пересечению $\widehat{M}\left(z_o\right) \subset M\left(z_o\right) \cap \bar{M}\left(z_o\right)$ и является $\bar{M}\left(z_o\right)$ - сильно динамически устойчивым.

Литература

1. BIRD C.G. *On cost allocation for a spanning tree: a game theoretic approach* // Networks. - 1976. - No. 4. - P. 335-350.
2. PETROSYAN L.A. *Stable solutions of differential games with many participants* // Vestnik of the Leningrad State University. -1977. -No. 19. -P. 46-52.
3. ПЕТРОСЯН Л.А. *Сильно динамически устойчивые дифференциальные принципы оптимальности* // Вестник СПбГУ. Серия 1. -1993. -№ 4. -С. 35-40.
4. ПЕТРОСЯН Л.А., ПАНКРАТОВА Я.Б. *Построение сильно-динамически устойчивых подъядер в дифференциальных играх с предписанной продолжительностью* // Труды Института математики и механики УрО РАН. -2017. -№ 1. -Т. 23. -С. 219-227.