

МНОГОКАНАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ ЗРИТЕЛЬНОГО РАЗЛИЧЕНИЯ КАК ГАМИЛЬТОНОВ ФОРМАЛИЗМ

Дубровский В. Е., Гарусев А. В.

(Факультет психологии МГУ имени М.В. Ломоносова)

Согласно современным представлениям, зрительная система может рассматриваться как множество параллельно работающих подсистем или каналов [5]. При этом каждый из каналов, реагирующий на определенный диапазон представленных в стимуле пространственно-временных яркостных профилей, по сути дела является линейным нейрородным элементом. Рассмотрим использование концепции каналов для интерпретации результатов пороговых экспериментов [1], [3]. Наблюдатель должен обнаруживать тестовый стимул, заданный в виде функции интенсивности $s=s(x)$, предъявляемый на заданном (не обязательно однородном) фоне s_b . Обозначим через S_b множество стимулов, которые наблюдатель не может отличить от s_b . Предполагается, что для любого стимула можно выяснить опытным путем, принадлежит ли он этому множеству.

Определим обобщенную функцию Лагранжа $L(s_b, s)$, задающую в зависимости от фонового стимула подпороговое множество:

$$S_b = \{s \mid L(s_b, s) \leq 1\}.$$

Поверхность, определяемая уравнением $L(s_b, s)=1$, называется индикатрисой. Она является множеством пороговых стимулов.

Практически все известные многоканальные модели обнаружения можно представить в виде калибropодобной функции

$$L(s_b, s) = f(K_b[s]),$$

где f - выпуклая функция одной переменной, $K_b[s]$ - калибровочный (положительно однородный, субаддитивный) функционал. Используя преобразование Юнга-Фенхеля [2], каждой функции Лагранжа $L(s_b, s)$ можно поставить в соответствие функцию Гамильтона:

$$H(s_b, h) = L^*(s_b, h) = \sup_s (\langle s, h \rangle - L(s_b, s)).$$

Здесь h - весовые функции нейрородных элементов, описываемых линейными функционалами $\langle s, h \rangle$.

Подставив сюда выражение для калибropодобной функции, после ряда преобразований [1], [4] получаем:

$$H(s_b, h) = f^*(K_b^o[h]).$$

Данное выражение является альтернативной формой описания многоканальной модели, и может также использоваться для анализа и интерпретации экспериментальных данных. Таким образом, представление сенсорного анализатора, как набора линейных каналов, с формальной точки зрения эквивалентно переходу от лагранжева к гамильтонову описанию. Как показано в [1], необходимым и достаточным условием возможности использования к формализма Гамильтона является выпуклость подпороговых множеств S_b . Использование нейроподобных элементов в многоканальных моделях может быть никак не связано с реальными нейронами, но является (как и в физике) удобным формальным приемом перехода к альтернативному описанию сенсорного анализатора.

Литература

1. ДУБРОВСКИЙ В. Е. *Геометрический подход к задаче сенсорного различения* // Современная психофизика - под ред. В. А. Барабанщикова - М.: изд-во "Институт психологии РАН", 2009. – С. 110 - 144.
2. ИОФФЕ А.Д., ТИХОМИРОВ В.М. *Двойственность выпуклых функций и экстремальные задачи* // Успехи математических наук. –т.13. – 1968. – С. 51–116.
3. ЛОГВИНЕНКО А. Д. *Чувственные основы восприятия пространства*. М.:изд-во МГУ. – 1985.
4. ЭКЛАНД И., ТЕМАМ Р. *Выпуклый анализ и вариационные проблемы*. М.: Мир. – 1979.
5. CAMPBELL F.W., ROBSON J.G. *Application of Fourier analysis to the visibility of gratings*. // J. Physiol. –1968. – v.197. – P. 551–566.