

## РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ МАГНИТО-ЭНЦЕФАЛОГРАФИИ

**Безродных С.И.**

(ФИЦ ИУ РАН и ГАИШ МГУ, Москва)

**Демидов А.С.**

(МГУ им. М.В.Ломоносова и МФТИ, Москва)

Магнито-электроэнцефалография – это неинвазивный метод визуализации мозга. *Прямая* МЭЭГ-задача – это задача вычисления электромагнитного поля по некоторым явным формулам, исходя из априорных данных о распределении так называемых токовых диполей  $\mathbf{q} : Y \rightarrow \mathbb{R}^3$ , обусловленных синхронной активностью больших масс нейронов мозга.

В противоположность этому, *обратная* МЭЭГ-задача – это поиск распределения токовых диполей на основании данных измерения электромагнитного поля в конечном множестве точек поверхности  $X$ , являющейся внутренней частью шлема, надеваемого на голову пациента.

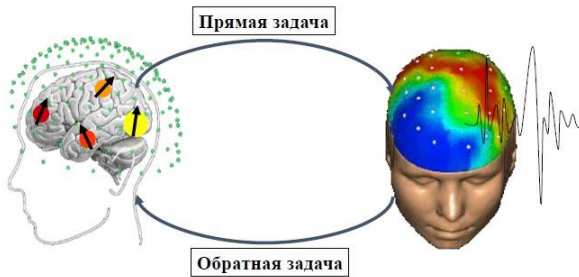


Рис. 1. Связь прямой и обратной МЭЭГ-задач

Анализ в [2] (на стр. 426) показывает, что для МЭЭГ-задачи систему Максвелла можно рассматривать в квазистатическом приближении.

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = 0, \quad \operatorname{rot} \mathbf{H} = \sigma \mathbf{E} + \mathbf{q}, \quad \operatorname{div} \mathbf{B} = 0.$$

(Уравнение  $\operatorname{div} \mathbf{D} = \rho$  характеризует объемную плотность  $\rho$  зарядов в клетках мозга. Что касается магнитной проницаемости, то ее считаем равной единице, ибо для биосред она почти равна магнитной проницаемости вакуума.)

Пусть  $\Phi$  – потенциал электрического поля  $\mathbf{E} = -\nabla \Phi$ , а  $\mathbf{A}$  – векторный потенциал магнитного поля  $\mathbf{B} = \operatorname{rot} \mathbf{A}$ . Тогда  $\mathbf{q}(\mathbf{x}) = -\Delta \mathbf{A}(\mathbf{x}) - \Phi(\mathbf{x})\nabla\sigma(\mathbf{x})$ . Эта формула дает искомое решение обратной задачи при условии, что известны потенциалы  $\mathbf{A}$  и  $\Phi$ . Но относительно них известно лишь, что имеются данные измерений полей  $\mathbf{B} = \operatorname{rot} \mathbf{A}$  и  $\mathbf{E} = -\nabla \Phi$  в конечном наборе точек  $\mathbf{x}_k \in X$  (см. правую часть рисунка). Поэтому требуется интерполировать значения  $\mathbf{B}(\mathbf{x}_k)$  и  $\mathbf{E}(\mathbf{x}_k)$  этих полей на  $Y$ , т.е. на область мозга. Требуемая интерполяция соответствует минимизации функционала

$$G(\Phi, \mathbf{A}) = \sum_k (\|\mathbf{B}(\mathbf{x}_k) - \operatorname{rot} \mathbf{A}|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_k}\|^2 + \|E(\mathbf{x}_k) + \nabla\Phi|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_k}\|^2)$$

при условии  $\operatorname{rot} \mathbf{E} = 0$ ,  $\operatorname{div} \mathbf{B} = 0$ . Существенно то (см. [1]), что графики компонент потенциала  $\mathbf{A}$  имеют, вообще говоря, излом вдоль нормали к  $\partial Y$  и потому  $\Delta \mathbf{A}$ , а следовательно, искомое решение  $\mathbf{q}$  содержит  $\delta$ -функцию на границе области  $Y$  с некоторой плотностью  $p_0$ . Все это учитывается при численной реализации требуемой интерполяции и вычислении  $\mathbf{q}$  в модельной ситуации сферической симметрии.

### **Литература**

1. ДЕМИДОВ А.С. *Эллиптические псевдодифференциальные краевые задачи с малым параметром при старшем операторе* // Матем. сб. – 1973. – Т. 91. – №133. – С. 421-444.
2. HAMALAINEN M. *Magnetoencephalography – theory, instrumentation, and applications to noninvasive studies of the working human brain* // Reviews of Modern Physics. – 1993. – Vol. 65. – № 2. – С. 413-497.