

## АНАЛИЗ МОДЕЛИ С ОТСЕВОМ АКТИВНЫХ ПОЛЬЗОВАТЕЛЕЙ ДЛЯ СЛУЧАЯ ОРИЕНТИРОВАННЫХ ГРАФОВ

Гилязова А. А., Губанов Д.А., Федянин Д.Н.  
(ИПУ РАН, Москва)

В данной работе исследуется алгоритм для построения ориентированных графов, схожих по статистическим свойствам с онлайн-овыми социальными сетями, представленный в [1]. Как показано в [2], структура онлайн-овых социальных сетей схожа с оффлайн-овыми.

Описание алгоритма. На каждом шаге в сеть добавляется  $Z$  узлов. Всем новым узлам сети присваиваются статусы двух видов: активный по исходящим связям и активный по входящим связям. На каждом шаге все узлы, активные по исходящим связям (их число  $M_{out}$ ), генерируют  $P \cdot M_{out}$  исходящих связей ( $P$  – заданная вероятность), которые равномерно распределяются по всем узлам, активным по входящим связям (их число  $M_{in}$ ). Далее на каждом шаге происходит «отсев» — прекращение активности некоторой заданной доли  $G$  активных узлов обратно пропорционально числу их связей, включая петли. Этот отсев происходит независимо по каждому из двух видов статусов, при этом узлы и их связи не удаляются из сети. В результате работы алгоритма формируется ориентированный граф. Для этого алгоритма можно показать следующее.

**Утверждение 1.** Число активных узлов для графа, построенного с помощью алгоритма с отсевом активных пользователей, на шаге  $T$  можно найти следующим образом:

$$M_{out}(T) = M_{in}(T) = Z \cdot \sum_{t=1}^{T-1} (1-G)^t + Z.$$

Поскольку  $0 < (1-G) < 1$ , то при  $T \rightarrow +\infty$  убывающая геометрическая прогрессия стремится к пределу:

$$M_{out}(T) = M_{in}(T) \xrightarrow{T \rightarrow +\infty} Z/G.$$

**Утверждение 2.** Число направленных связей для графа, построенного с помощью алгоритма с отсевом активных пользователей, на шаге  $T$  можно найти следующим образом:

$$K_{out}(T) = K_{in}(T) = \sum_{t=1}^T (P \cdot M_{out}(t)) = P \cdot Z \cdot \sum_{t=1}^T \left( \sum_{d=1}^{t-1} (1-G)^d + 1 \right).$$

Число связей растёт пропорционально числу шагов:

$$K_{out}(T) = K_{in}(T) \xrightarrow{T \rightarrow +\infty} \frac{PZ}{G} \cdot T \rightarrow \infty.$$

Среднее число связей сети с учётом изолированных узлов:

$$\bar{K}_{out}(T) = \frac{K_{out}(T)}{Z \cdot T} = \bar{K}_{in}(T) = \frac{K_{in}(T)}{Z \cdot T} \xrightarrow{T \rightarrow +\infty} \frac{P}{G}.$$

Плотность графа с учётом изолированных узлов:

$$Q(T) = \frac{K_{out}(T)}{Z \cdot T \cdot (Z \cdot T - 1)} \xrightarrow{T \rightarrow +\infty} \frac{P}{G} \cdot (Z \cdot T - 1) \rightarrow 0.$$

Таким образом, получены аналитические оценки для ряда характеристик ориентированных графов, получаемых с помощью алгоритма с отсевом активных узлов.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-01-00820 А.

### Литература

1. ГИЛЯЗОВА А.А. *Параметры ориентированных графов, построенных по алгоритму с отсевом активных узлов* // Материалы 10-й Всероссийской мультиконференции по проблемам управления МКПУ-2017. – Ростов-на-Дону, Таганрог: Издательство ЮФУ, 2017. – Том 1 – С. 190-193. – <https://elibrary.ru/item.asp?id=29913596>
2. DUNBAR R.I.M., ARNABOLDI V., CONTI M., PASSARELLA A. *The structure of online social networks mirrors those in the offline world* // Social networks, Volume 43, October 2015, pp. 39-47. <https://doi.org/10.1016/j.socnet.2015.04.005>